

Séries Temporais com Diferenciações Inteira e Fracionária e erros heterocedásticos: uma Aplicação Para Preços Futuros de *Commodities* Agrícolas

Ricardo Chaves Lima

Prof. do Departamento de Economia/PIMES – UFPE

Cpf: 212.950.773-53

Av. dos Economistas s/n, CDU

Recife-PE, CEP 50.670-920

Fone: 81-2126-8381

rlima@ufpe.br

Marcos Roberto Gois de Oliveira

Doutorando do PIMES – UFPE

Cpf: 728.260.024-49

Rua Allan Kardec, 123/304^A Imbiribeira

Recife-PE, CEP 51.200-150

Fone: 81-3339-0312

mrgois@hotmail.com

Charles Ulises M. Carmona

Prof. do Departamento de Administração/PROPAD – UFPE

Av. dos Economistas s/n, CDU

Recife-PE, CEP 50.670-920

Fone: 81-2126-7176

carmona@ufpe.br

Área Temática: Eficiência

Forma de Apresentação: Apresentação em sessão com debatedor

Séries Temporais com Diferenciações Inteira e Fracionária e erros heterocedásticos: uma Aplicação Para Preços Futuros de *Commodities* Agrícolas

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo modelar séries temporais para efeito de previsão com diferenciações inteira e fracionária, utilizando dados de preços futuros de *commodities* agrícolas. Modelos de séries temporais do tipo *ARMA/ARIMA* (diferenciação inteira) serão estimados como termo de comparação com os modelos do tipo *ARFIMA* (diferenciação fracionária). Em ambos os casos, os erros dos modelos serão estimados assumindo-se a possibilidade de volatilidade. O poder de previsão de cada modelo será comparado pelo critério do erro quadrado médio da previsão (EQM). A estimação do d fracionário também será utilizada para examinar as características de longa dependência das séries. Os resultados indicaram que todas as séries de retornos de preços futuros utilizados são estacionárias. O valor do d fracionário da série de açúcar caiu no intervalo de antipersistência, enquanto que esses valores para as demais *commodities* caíram no intervalo de memória longa. Na maioria dos casos os modelos *ARFIMA* mostraram um menor poder de previsão.

Palavras chave: modelos *ARMA*, diferenciação fracionária, modelos *ARFIMA*

Summary: this paper intends to model time series with the aim of perform forecast using integer and fractional differencing for agricultural commodities future's price. Time series models of the *ARMA/ARIMA* type (integer differencing) will be estimated and compared to *ARFIMA* type models (fractional differencing). In both cases errors are modeled assuming the occurrence of volatility. The forecast power of each model will be compared using the criterion of the mean squared error (MSE). The estimation of fractional d will also be used to examine the long run dependency properties of the series. The results showed that, for all series, returns are stationary. The sugar series, however, showed anti-persistence, while all other series showed to be long memory. The *ARFIMA* models showed, in general, a better forecasting performance.

Key words: *ARIMA* models, fractional differencing, *ARFIMA* models.

Séries Temporais com Diferenciações Inteira e Fracionária e erros heterocedásticos: uma Aplicação Para Preços Futuros de *Commodities* Agrícolas

1. Introdução

Muitas séries temporais econômicas mudam suas características estocásticas ao longo do tempo de observação. São as chamadas séries não-estacionárias. Estas séries podem, no entanto, exibir algum tipo de homogeneidade. Ou seja, podem se comportar de forma homogênea aparte de níveis locais e/ou tendência. Assim, é possível obter séries estacionárias a partir de séries não-estacionárias homogêneas se os níveis locais e a tendência forem retirados pelo processo de *diferenciação* (Box, Jenkins e Reinsel, 1994). O processo padrão de diferenciação de uma série temporal não-estacionária homogênea consiste em transformar a série original usando-se o operador de diferença $(1 - L)^d$, onde L é o operador de defasagem e d é o grau de diferenciação que será imposto à série. A previsão com modelos de séries temporais assume que o grau de diferenciação das séries homogêneas é um número inteiro. A suposição de um grau de diferenciação inteiro, no entanto, é restritiva. Ou seja, considerando-se que o grau de diferenciação de uma série temporal pode assumir valores fracionários, um conjunto de análises com relação à dinâmica de dependência de longo prazo da série pode ser realizada (Barkoulas e Baum, 1997). Da mesma forma, pode-se supor que a diferenciação fracionária, sendo o caso geral do processo de diferenciação, é capaz de produzir previsões com menor erro quadrado médio.

O presente trabalho, portanto, tem como objetivo modelar séries temporais para efeito de previsão com diferenciações inteira e fracionária. Ou seja, modelos de diferenciação inteira do tipo $ARIMA(p,d,q)$ e modelos de diferenciação fracionária do tipo $ARFIMA(p,d,q)$ serão estimados com o objetivos de comparar o poder de previsão de cada um através do cálculo do erro quadrado médio de previsão *ex-post*. Os modelos de diferenciação fracionária também serão utilizados para avaliar as propriedades de memória longa das séries. As séries utilizadas correspondem a retornos de preços futuros de commodities agrícolas. Alguns autores, como Taylor (1986) sugere a possibilidade de ocorrência de autocorrelação da volatilidade e heterocedasticidade da maioria das séries financeiras. Assim, é necessário realizar testes estatísticos para examinar a ocorrência de heterocedasticidade condicional e modelar os termos aleatórios com estrutura $ARCH/GARCH$ no caso de volatilidade. Além dessa introdução, a seção 2 discute os modelos $ARIMA$ e $ARFIMA$, a seção 3 apresenta a estratégia empírica, a seção 4 apresenta os resultados obtidos e, finalmente, as conclusões e considerações finais são apresentadas na seção 5.

2. Modelos de Séries Temporais com Diferenciações Inteira e Fracionária

2.1. O modelo $ARIMA(p,d,q)$

Os modelos de séries temporais do tipo Autoregressivo Integrado de Média Móvel, $ARIMA(p,d,q)$, são utilizados para realizar previsões de séries homogêneas nos casos em que se supões um grau de diferenciação inteira, de acordo com a seguinte formulação:

$$\Phi(L)(1-L)^d(y_t - \mu) = \Theta(L)\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

onde y_t é a série temporal, μ é a média a série, ε_t é o termo aleatório, $\Phi(L) = (1 - \phi_1L - \dots - \phi_pL^p)$ e $\Theta(L) = (1 - \theta_1L - \dots - \theta_qL^q)$. As raízes da equação característica $\Phi(L)$ estão sobre ou fora do círculo unitário. Se todas as raízes de $\Phi(L)$ estiverem fora do círculo unitário, ou seja, $d = 0$, o modelo $ARIMA(p,d,q)$ passa a ser um $ARMA(p,q)$. Caso contrário, $\Phi(L)$ tem d raízes sobre e as demais raízes fora do círculo unitário. Empiricamente, assume-se que o nível de integração d nos modelos do tipo Autoregressivo Integrado de Média Móvel é igual a 1 ou 2 (Pindyck e Rubinfeld, 1981).

2.2. O modelos $ARFIMA(p,d,q)$

Formalmente, a suposição de diferenciação inteira é arbitrária. É possível, portanto, modelar uma série temporal considerando que d pode assumir valores não inteiros. Esses modelos são denominados $ARFIMA$ (Autoregressivo Fracionário Integrado de Média Móvel). O parâmetro de diferenciação fracionária d , no modelo $ARFIMA$, pode ser estimado pelo procedimento semiparamétrico proposto por Geweke e Porter-Hudack (1983). Este procedimento é baseado na estimação da regressão espectral mostrada abaixo:

$$\ln\{I(\xi_\lambda)\} = \beta_0 + \beta_1 \ln\left\{\sin^2\left(\frac{\xi_\lambda}{2}\right)\right\} + \eta_\lambda, \quad \lambda = 1, \dots, \nu$$

onde $\ln\{I(\xi_\lambda)\}$ é o peridiograma de y_t na frequência ξ , $\xi_\lambda = 2\pi\lambda/T$ ($\lambda = 0, \dots, T-1$) representa as ordenadas harmônicas da amostra, T é o número de observações da série y_t e $\nu = g(T) \perp T$ é o número de ordenadas harmônicas incluídas na regressão espectral. Geweke e Porter-Hudack recomendam usar $\nu = T^\alpha$ ordenadas harmônicas, onde $\alpha = 0,5$. Alguns autores variam o valor de α para examinar a sensibilidade de d ao número de ordenadas harmônicas (Barkoulas e Baum, 1997). O valor de $d = -\beta_1$.

A diferenciação fracionária pode ser obtida através de expansão binomial, da seguinte forma (Diebold e Rudebusch, 1989):

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \dots, \text{ ou}$$

$$(1-L)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(j-d)L^j}{\Gamma(-d)\Gamma(j+1)}$$

onde $\Gamma(\Xi)$ é a função gama ou fatorial generalizada.

Os valores de d fracionário variam de $-1,0$ a $1,0$, e podem ser interpretado de acordo com o esquema representado abaixo (Hosking, 1981; Jin e Frechete, 2004):

Tabela 1 – Características do d fracionário

Características do processo	d					
	$[-1 \ -0,5]$	$(-0,5 \ 0)$	0	$(0 \ 0,5)$	$[0,5 \ 1)$	1
Estacionário						
Não-estacionário						
Memória curta						
Memória longa						
Antipersistente						
Variância indefinida						
Raiz unitária (variância infinita)						
Ruído Branco						
Atípico em séries econômicas						

Obs: colchetes representam intervalos fechados e parênteses intervalos abertos.

Hosking (1981), mostra que a função de autocorrelação $\rho(\cdot)$ do modelo *ARFIMA* é proporcional a k^{2d-1} a medida em que $k \tau \equiv$. Assim, quando d é maior do que $-0,5$ e menor ou igual a 0 , a função de autocorrelação cai hiperbolicamente. O processo é de memória-curta, ou seja, os valores atuais estão pouco correlacionados com valores passados. Neste caso, diz-se também que o processo é antipersistente, ou seja, se a série se afastar do seu nível médio, voltar em seguida ao seu nível inicial. No caso de d assumir valores maiores do que 0 e menores do que $0,5$, a função de autocorrelação também cai hiperbolicamente mas em um nível mais elevado dos que o caso de memória-curta, e o processo é dito de memória-longa. Ou seja, os valores presentes guardam uma grande correlação com os valores passados. Quando d é maior do que $0,5$ e menor do que $1,0$, a função de autocorrelação do modelo *ARFIMA* aumenta a medida que k cresce, e a variância do processo é indefinida. O processo é dito estacionário se o d fracionário assumir valores maiores do que $-0,5$ e menores do que $0,5$; caso contrário a série é dita não-estacionária.

2.3. Modelagem da volatilidade do erro

Os modelos de séries temporais do tipo *ARIMA* (ou *ARMA*) assumem que a variância da série y_t é constante. Essa suposição, no entanto, pode ser restritiva, especialmente no caso de preços no mercado financeiro. Engel (1982), propõe que, se houver uma relação entre erro quadrado do modelo e seus valores defasados, o processo de estimação deve considerar a modelagem do erro com uma estrutura *ARCH* (heteroscedasticidade condicional autoregressiva). Ou seja,

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h}$$

onde

$$h = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

onde α_0 e α_i são os parâmetros e v_t é o termo aleatório da regressão do erro quadrado do modelo contra seus valores defasados. Bollerslev (1986) estendeu a abordagem de Engel para um tratamento generalizado da variância condicional do erro (modelo *GARCH*), como apresentado a seguir.

$$h = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

Seja um modelo *ARCH*, pode-se testar a hipótese de que a variância dos erros é constante $\sigma^2 = \alpha_0$, contra a hipótese alternativa de erros seguindo um processo *ARCH*, de ordem a determinar. Segue, portanto, as hipóteses:

$$H_0: \alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0$$

$$H_1: \alpha_i \neq 0, \text{ para pelo menos algum } i = 1, \dots, q$$

O teste é fundamentado seja pelo teste de Fisher clássico, seja pelo teste do multiplicador de Lagrange (LM). Bourbonnais e Terraza (1998) apresentaram uma forma prática para o teste, neste trabalho optou-se pelo teste de Bourbonnais e Terraza (1998).

Uma observação importante foi feita por Bourbonnais e Terraza (1998), um processo *ARCH* só é justificado até a ordem $q = 3$, a partir de 3 usam-se os modelos *GARCH* que apresentam resultados pelo menos tão bons quanto, porém mais parcimoniosos.

Supondo-se que o modelo em análise é um caso de heterocedasticidade condicional, pode-se testar a especificação ARCH contra a GARCH. A hipótese nula é que os erros são do tipo ARCH, já a hipótese alternativa é que os erros são GARCH. As duas hipóteses são as seguintes:

$$H_0: \delta_0 = \delta_1 = \dots = \delta_p = 0$$

$$H_1: \delta_i \neq 0, \text{ para pelo menos algum } i = 1, \dots, p$$

O teste é realizado segundo a metodologia do Q-teste de Ljung-Box (Enders, 1990).

3. Estratégia Empírica

3.1. Base de dados

Para o presente trabalho foi utilizado dados de contratos futuros da Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) de cinco *commodities*: açúcar, café, boi gordo, milho e soja. Os contratos de açúcar usados para na estimação equivaleram ao período de 03/01/2000 a 24/05/2004. Para o café, o período de estimação foi de 08/12/1999 a 24/05/2004. No caso do boi gordo, os dados corresponderam ao período de 29/09/2000 a 24/05/2004. Para os contratos futuros de milho, o período de estimação foi de 26/10/2001 a 24/05/2004. Por fim, os contratos futuros de soja equivaleram ao período de 11/10/2002 a 24/05/2004. As previsões para as cinco *commodities* foram realizadas de 25/05/2004 a 07/06/2004.¹

3.2. processo de estimação dos modelos ARMA/ARIMA

A construção dos modelos do tipo ARMA/ARIMA requer o conhecimento prévio da ocorrência de raízes unitárias no processo estocástico. Portanto, deve-se primeiro realizar um teste estatístico para examinar a estacionariedade da série. O teste recomendado é o Dickey-Fuller Aumentado (ADF), que pode ser representado como segue:

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

onde a , γ e β são parâmetros, e t é a tendência.² A escolha do modelo de melhor ajuste para a realização do teste ADF baseia-se em testes de hipótese para a_0 , a_2 , e β_i . O teste de raiz unitária é realizado no parâmetro γ e tem a seguinte regra de decisão:

¹ Para a definição dos contratos futuros agropecuários ver www.bmf.com.br.

² O operador de diferença $\Delta = (I - L)$

H_0 : não-estacionariedade;

H_1 : estacionariedade.

A distribuição do teste ADF é a τ , construída através de experimento de Monte Carlo por Dickey e Fuller (Enders, 1995).

A teste ADF, portanto, é usado para definir o nível de diferenciação inteira (d) do modelo de séries temporais. Se $d = 0$ o modelo será estimado como um $ARMA(p,q)$. Se a série for não-estacionária homogênea (d igual a 1 ou 2), então o modelo será estimado como um $ARIMA(p,d,q)$. O passo seguinte é a identificação do modelo. Ou seja, definir qual a memória autoregressiva (p) e de média móvel (q) do modelo. Na prática, seleciona-se os modelos de melhor ajuste usando-se estatísticas como o Critério de Informação de Akaike (AIC), Critério Bayesiano de Schwartz (SBC) e a estatísticas Q de Box-Pierce-Ljung, da seguinte forma:

$$AIC = T \ln(\text{soma do quadrado dos resíduos}) + 2n$$

$$SBC = T \ln(\text{soma do quadrado dos resíduos}) + n \ln(T)$$

onde T é o numero total de observações utilizáveis, n é o número de parâmetros a serem estimados e \ln refere-se ao logaritmo natural. Quanto menor o valor de AIC e SBC, melhor o ajuste do modelo.

A estatística Q de Box-Pierce-Ljung é um teste conjunto de significância das autocorrelações dos resíduos. A estatística é calculada da seguinte forma:

$$Q = T(T + 2) \sum_{k=1}^s \rho_k^2 / (T - k),$$

onde ρ é a função de autocorrelação amostral, k o número de defasagens dos erros autocorrelacionados e s é o número de autocorrelações entre os erros consideradas. Em geral considera-se $s = 24$. Ou seja, testa-se a significância conjunta das vinte e quatro primeiras autocorrelações (Enders, 1995). O teste tem distribuição χ^2 com s graus de liberdade. A hipótese nula é de não-autocorrelação dos resíduos. É possível que mais de um modelo possam ser selecionados de acordo com os critérios descritos. Pode-se também utilizar o critério do erro quadrado médio da previsão *ex-post* (EQM) como um critério de decisão entre modelos. O erro quadrado médio é calculado da seguinte forma:

$$EQM = \sum_{l=1}^n [y_{t+l} - \hat{y}_t(l)]^2$$

onde l representa o período de previsão além do tempo t e n o número de períodos de previsão. No caso da previsão *ex-post*, y_{t+l} representa o conjunto de observações da série a ser comparado com os valores previstos pelo modelo. Os valores previstos do modelo são calculados da seguinte forma:

$$\hat{y}_t(l) = \phi_1 y_{t+l-1} + \dots + \phi_p y_{t+l-p} - \theta_1 \varepsilon_{t+l-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t+l-q}$$

O melhor modelo, portanto, é aquele que apresenta o menor erro quadrado médio da previsão *ex-post*.

3.3. Processo de estimação do modelo ARFIMA

A estimação do d fracionário é obtida através da regressão espectral mostrada anteriormente. Objetivando testar a sensibilidade de d com relação ao número de ordenadas harmônicas, o α será permitido assumir os valores 0,500, 0,555 e 0,600. Estimado o valor de d , a série transformada por diferenciação fracionária é obtida por expansão binomial. Em seguida, estima-se o modelo de previsão seguindo a mesma metodologia usada nos modelos do tipo *ARMA*. Depois de se obter os números previstos com o modelo de melhor ajuste, faz-se o inverso da expansão binomial para se obter os valores previstos comparáveis aos valores da série original.

4. Resultados

A tabela 2 apresenta as estatísticas do teste ADF para avaliar a presença de raiz unitária para os retornos das quatro *commodities* consideradas. Como pode ser observado, os resultados indicam a ausência de raízes unitárias já que valor calculado do teste é menor que o valor crítico.

Tabela 2: Teste ADF

Série	ADF calculado
Açúcar	-30.82
Café	-26.48
Milho	-26.44
Soja	-18.69
Boi Gordo	-29.26

Valor crítico a 5%: -2,86

Na tabela 3 está representado o resultado do teste de Engle para verificar a presença de heterocesticidade, bem como, evidência de suporte ao modelo ARCH. Há pelo menos 20 defasagens do modelo ARCH para as séries açúcar e boi gordo e 10 defasagens para o milho,

entretanto não existe evidência estatística de suporte dos efeitos heterocedásticos para o café arábico e para a soja.

Tabela 3: Teste de Engle para as commodities

Defasagens	Açúcar	Café	Milho	Soja	Boi	Valor Critico
5	0.3690	46.4175	0.1004	17.6714	1.4889	11.0705
10	0.4539	55.7252	0.1952	20.0084	2.6390	18.3070
15	0.5908	57.0066	74.8320	30.7233	4.6603	24.9958
20	0.8149	57.9196	74.0798	35.7222	6.9357	31.4104

Observa-se que as defasagens propostas na tabela 3 tornariam os modelos pouco parcimoniosos, a alternativa é o uso do modelo GARCH, cujas presenças são confirmadas pelo Q-teste do quadrado do retorno das séries apresentado na tabela 4. Observa-se que nem o café nem a soja tem valores da estatística menores que os valores críticos.

Tabela 4: Q-teste para o quadrado do retorno das séries

Defasagens	Açúcar	Café	Milho	Soja	Boi	Valor Critico
5	0.3729	53.1458	0.1025	16.1097	1.3205	11.0705
10	0.4664	73.6247	0.1950	19.1553	2.1147	18.3070
15	0.6148	74.3852	80.8480	30.3531	3.3982	24.9958
20	0.8558	76.9688	80.9171	33.8497	4.5738	31.4104

Já a estimação do d fracionário para poderes de previsão (α) de 0.500, 0.555 e 0.600, está apresentada na tabela 5 abaixo.

Tabela 5: Valores de d para o modelo ARFIMA

	Açúcar (d)	Café (d)	Milho (d)	Soja (d)	Boi (d)
$\alpha = 0,500$	-0.04930	0.03625	0.11128	0.13346	0.03387
$\alpha = 0,555$	-0.03229	0.01084	0.14864	0.11652	0.04103
$\alpha = 0,600$	-0.06379	0.03479	0.12655	0.00699	0.03109

Os valores de d da tabela 5 mostram que todas as commodities são estacionárias. Entretanto, o açúcar apresentou um comportamento estacionário de memória curta; sendo desta forma antipersistente. As demais commodities apresentaram-se persistente. A antipersistência pode estar relacionada à eficiência de mercado. É possível que a possibilidade de substituição de produção entre açúcar e álcool nas empresas tornem mais rápida a resposta da oferta aos estímulos do mercado.

Com base nos valores de d , foram estimados modelos ARFIMA e ARMA, ambos com erros do tipo GARCH. A seleção dos modelos levou em consideração os critérios AIC, SBC, os testes Q , é a previsão ex-post. Com base neste resultado os modelos selecionados estão apresentados nas tabelas 6, 7, 8, 9 e 10, e apresentados a seguir para cada uma das series. O critério do erro quadrado médio da previsão também foi usado para efeito de escolha de modelos.

No caso do açúcar, os modelos de melhor ajuste, mostrado na tabela 6, foram os ARMA(2, 2)/GARCH (2, 1) e ARFIMA (2, 2)/GARCH (1, 1). Entre os modelos o que apresentaram menor erro quadrático médio (EQM) foi o ARFIMA (2, 2)/GARCH (1, 1) com $d(\alpha = 0.500)$. Havendo diferença significativa entre este modelo e os demais.

Tabela 6 - Resumo dos resultados para a seleção do modelo de previsão para o açúcar.

Parâmetro	ARMA(2,2) / GARCH (2,1)		$d (0,500)$ ARFIMA(2,2) / GARCH (1,1)		$d (0,555)$ ARFIMA(2,2) / GARCH (1,1)		$d (0,600)$ ARFIMA(2,2) / GARCH (1,1)	
	Valor	t	Valor	T	Valor	t	Valor	t
C	$-1,168 \times 10^{-03}$	-3,696	$-4,961 \times 10^{-03}$	-3,473	$-1,29 \times 10^{-03}$	-2,092	$-1,320 \times 10^{-03}$	-2,329
ϕ_1	1,348	136,576	-1,222	-477,411	-0,26176	-3,299	-0,251	-3,866
ϕ_2	-0,941	-112,649	-0,989	-399,863	0,72534	9,324	0,736	11,568
θ_1	-1,340	-376,940	1,210	914,089	0,40097	4,221	0,416	5,249
θ_2	0,977	381,082	0,999	826,455	-0,59823	-6,330	-0,583	-7,390
K	$1,248 \times 10^{-04}$	11,094	$9,097 \times 10^{-05}$	9,403	$8,96 \times 10^{-05}$	10,425	$9,054 \times 10^{-05}$	10,527
α_1	$8,755 \times 10^{-09}$	0,000	0,542	19,671	0,57243	8,752	0,570	30,277
α_2	0,424	18,315						
β_1	0,576	16,318	0,458	14,551	0,42757	11,728	0,430	19,396
EQM	$9,95 \times 10^{-05}$		$5,653 \times 10^{-05}$		$9,570 \times 10^{-05}$		$6,555 \times 10^{-04}$	

Obs. C = constante do modelo ARMA (ARFIMA)
K = constante do modelo GARCH

Para o café o modelo que apresentou menor erro quadrático médio foi o ARFIMA (1, 1)/GARCH (1, 1) com $d(0.600)$, com diferenças quando comparados aos demais modelos ARFIMA.

Tabela 7 - Resumo dos resultados para a seleção do modelo de previsão para o café.

Parâmetro	ARMA(2,2) / GARCH (1,1)		$d (0,500)$ ARFIMA(1,1) / GARCH (1,1)		$d (0,555)$ ARFIMA(1,1) / GARCH (1,1)		$d (0,600)$ ARFIMA(1,1) / GARCH (1,1)	
	Valor	t	Valor	t	Valor	t	Valor	t
C	$-7,834 \times 10^{-04}$	-0,677	$-4,85 \times 10^{-04}$	-0,749	$-7,780 \times 10^{-04}$	-0,893	$-7,3034 \times 10^{-04}$	-0,752
ϕ_1	-0,748	-13,577	-0,426	-2,238	-0,363	-1,708	-0,421	-2,187
ϕ_2	0,066	1,971						
θ_1	0,812	21,433	0,469	2,497	0,426	2,055	0,465	2,451
K	$6,112 \times 10^{-05}$	4,017	$6,133 \times 10^{-05}$	4,038	$6,097 \times 10^{-05}$	4,058	$6,132 \times 10^{-05}$	4,813
α_1	0,762	3,072	0,768	3,079	0,779	3,111	0,767	22,031
β_1	0,117	4,438	0,111	4,453	0,110	4,504	0,111	7,1907
EQM	$3,274 \times 10^{-04}$		$7,205 \times 10^{-05}$		$7,330 \times 10^{-05}$		$7,148 \times 10^{-05}$	

A tabela 8 mostra que o boi gordo teve um comportamento semelhante ao café arábica, sendo o modelo mais indicado para esta serie de dados o ARFIMA (2, 1) / GARCH (2, 0) com $d(0.600)$ e EQM com pequenas diferenças entres os modelos ARFIMA Na tabela 9 encontra-se

os resultados para o milho, neste caso, apesar de superioridade do modelo ARFIMA (2, 1) / GARCH (2, 1) e d(0.555) não há evidência forte para garantir que o modelo ARMA não ofereça resultados próximos aos ARFIMA pela pequena diferença entre o EQM dos modelos. Observa-se que assim como demonstrado na tabela 5, há uma persistência indicada no termo α_1 de todos os modelos, o que estimula uma investigação mais forte desta commodity e revela pouca confiança nos resultados desta tabela.

Tabela 8 - Resumo dos resultados para a seleção do modelo de previsão para o boi gordo.

Parâmetro	ARMA(2,2) / GARCH (2,0)		d (0,500)		d (0,555)		d (0,600)	
			ARFIMA(2,2) / GARCH (1,0)		ARFIMA(2,1) / GARCH (2,0)		ARFIMA(2,1) / GARCH (2,0)	
	Valor	t	Valor	t	Valor	t	Valor	t
C	1,258x 10 ⁻³	14,950	1,141x 10 ⁻³	1,342	6,407x 10 ⁻⁴	1,197	6,573x 10 ⁻⁴	1,227
ϕ_1	-1,040	-118,606	-1,062	-12,082	-0,757	-5,878	-0,748	-5,847
ϕ_2	-0,702	-85,404	-0,721	-8,964	2,832x 10 ⁻³	0,069	1,202x 10 ⁻²	0,299
θ_1	1,061	122,753	1,068	12,248	0,747	5,961	0,749	6,016
θ_2	0,726	88,546	0,734	8,958				
K	2,750x 10 ⁻⁵	565,817	3,012x 10 ⁻⁵	57,270	5,616x 10 ⁻⁵	61,200	4,297x 10 ⁻⁵	60,403
α_1	0,328	12660,505	0,532	47476,335	0,044	6176,324	0,279	567250,220
α_2	0,245	7842,032			8,791x 10 ⁻²	20088,600	5,722x 10 ⁻²	39744,600
EQM	1,234x 10 ⁻⁴		2,042x 10 ⁻⁵		2,600x 10 ⁻⁵		1,834x 10 ⁻⁵	

Tabela 9 - Resumo dos resultados para a seleção do modelo de previsão para o milho.

Parâmetro	ARMA(2,1) / GARCH (0,1)		d (0,500)		d (0,555)		d (0,600)	
			ARFIMA(1,1) / GARCH (0,1)		ARFIMA(2,1) / GARCH (2,1)		ARFIMA(1,1) / GARCH (0,1)	
	Valor	t	Valor	t	Valor	t	Valor	t
C	2,672x 10 ⁻³	4,659	2,580x 10 ⁻³	4,700	4,246x 10 ⁻⁴	1,312	2,566x 10 ⁻³	4,477
ϕ_1	0,573	12,463	0,488	8,498	1,177	10,931	0,476	7,743
ϕ_2					-0,246	-4,176		
θ_1	-0,104	-1,728	-0,130	-1,834	-0,854	-9,257	-0,133	-1,663
K	2,379x 10 ⁻⁴	0,116	2,351 x 10 ⁻⁴	11,550	2,264x 10 ⁻⁴	11,670	2,347x 10 ⁻⁴	11,417
α_1					9,674e-09	0,000		
α_2					5,416x 10 ⁻⁵	0,008		
β_1	1,000	20,723	1,000	20,488	1,000	20,250	1,000	19,785
EQM	2,710x 10 ⁻⁴		1,800x 10 ⁻⁴		1,650x 10 ⁻⁴		1,712x 10 ⁻⁴	

Já os resultados da tabela 10 para a soja, apesar de uma quantidade de dados inferior ao do milho, mostraram-se bons e com maior eficiência do modelo ARFIMA (1, 2) / GARCH (1, 1) e d(0.500), apesar de bom desempenho do modelo ARMA.

Tabela 10 - Resumo dos resultados para a seleção do modelo de previsão para a soja.

Parâmetro	ARMA(1,2) / GARCH (1,1)		<i>d</i> (0,500)		<i>d</i> (0,555)		<i>d</i> (0,600)	
	Valor	t	Valor	t	Valor	t	Valor	t
	ARMA(1,2) / GARCH (1,1)		ARMA(1,2) / GARCH (1,1)		ARFIMA(1,1) / GARCH (1,1)		ARMA(1,2) / GARCH (1,1)	
C	4,400x 10 ⁻⁵	1,360	4,019x 10 ⁻⁵	1,559	3,923x 10 ⁻⁵	1,700	4,378x 10 ⁻⁵	1,372
φ ₁	0,945	36,579	0,918	30,632	0,924	42,964	0,944	36,302
θ ₁	-0,870	-9,860	-0,974	-10,640	-0,980	-82,170	-0,875	-9,901
θ ₂	-0,110	-1,342	-5,568x 10 ⁻³	-0,064			-0,104	-1,268
K	5,114x 10 ⁻⁵	7,036	5,064x 10 ⁻⁵	6,870	5,086x 10 ⁻⁵	7,076	5,113x 10 ⁻⁵	7,025
α ₁	0,627	12,890	0,633	12,784	0,631	13,090	0,628	12,877
β ₁	0,163	4,577	0,158	4,436	0,159	4,573	0,162	4,565
EQM	7,552x 10 ⁻⁴		8,554x 10 ⁻⁴		8,769x 10 ⁻⁴		1,628x 10 ⁻³	

5. Conclusões e Considerações Finais

O presente trabalho examinou as propriedades de longa dependência de retornos de cinco *commodities* agrícolas brasileiras. Os resultados mostram indícios de que a dependência temporal entre as observações de uma série de retornos de preços futuros podem ser uma função do tipo do produto analisado. Ou seja, para *commodities* em que a resposta da oferta é mais rápida, os produtores podem tomar decisões mais rápidas que afetam os estoques e as características de longa dependência tenderiam a ser antipersistente. Caso contrário, haveria uma dependência mais forte entre as observações não contemporâneas. No geral o modelo *ARFIMA* apresentou um menor erro quadrado médio da previsão em todas as estimativas, apesar da pequena diferença em alguns casos.

O horizonte temporal do presente trabalho foi os anos 2000 a 2004. O objetivo foi captar o comportamento dos retornos em um período mais recente, onde as *commodities* agrícolas experimentaram uma fase de preços elevados no mercado internacional. Como sugestão para pesquisas futuras fica a comparação de mercados nacionais com internacionais, utilizando as bolsas de Chicago, Londres e outras; podendo desta forma verificar a eficiência comparativa dos mercados e identificar suas características estruturais.

Bibliografia

- Barkoulas, J. T. e Baum, C. F. Fractional differencing modeling and forecasting of eurocurrency deposit rates. *The Journal of Financial Research*. Vol. XX, No. 3, pp 355-372, fall 1997.
- BM&F, Bolsa de Mercadorias e Futuros – São Paulo, Brasil (www.bmf.com.br).
- Bollerslev, T. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, pp 307-27, 1986.
- Bourbonnais R. e M. Terraza, “Analyse Des Séries Temporelles En Economie”, Press Universitaire de France, Paris, 1998.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., e Reinsel, G. C. *Time Series Analysis Forecasting and Control*. 3rd Ed, Prentice-Hall, EUA, 1994.
- Diebold, F. X. e Rudebusch, G. D. Long memory and persistence in aggregate output. *Journal of Monetary Economics*. 24, pp 189-209, 1989.
- Enders, W. *Applied Econometrics Time Series*. John Wiley and Sons, Inc. 1995.
- Engle, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, pp.987-1007, 1982.
- Geweke, J. e Porter-Hudack, S. The estimation and application of long-memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*. 4, pp 221-238, 1983.
- Hosking, J. R. M. Fractional differencing. *Biometrika*. 68, 1, pp. 165-76, 1981.
- Jin, H. J. e Frechete, D. L. Fractional integration in agricultural futures prices volatilities. *American Journal of Agricultural Economics*, 86, 2, maio de 2004.
- Pindyck, R. e Rubinfeld, D. *Econometric Models and Economic Forecast*. McGraw-Hill, EUA, 1981.
- Taylor, S. J. “Modeling Financial Times Séries”. UK: John Wiley & Sons, 1986.

APÊNDICE

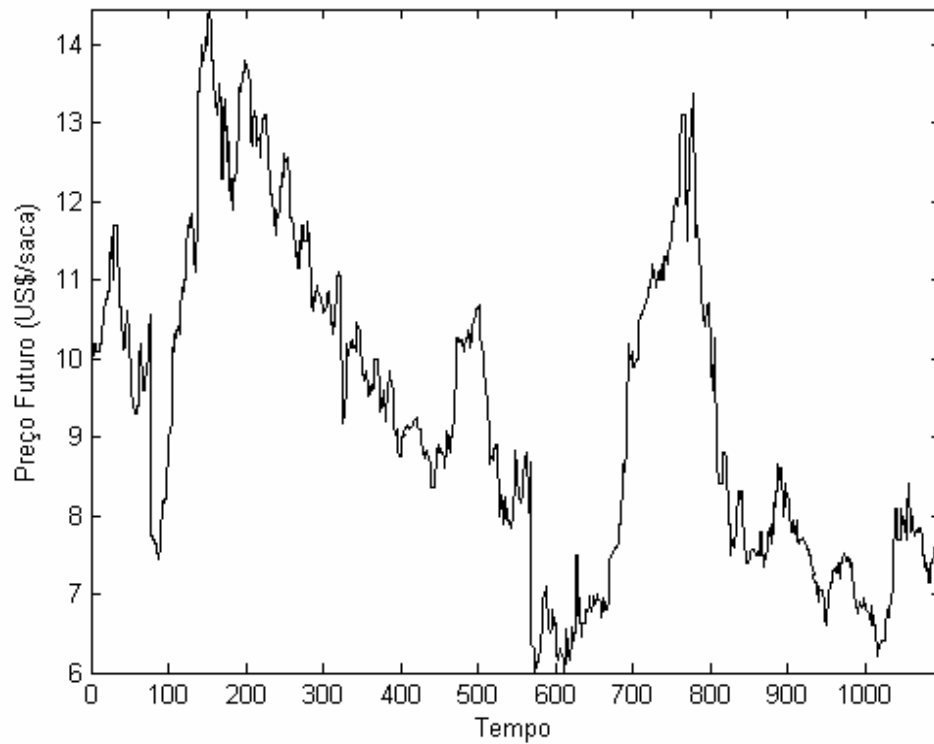


Figura A1: Preço futuro do açúcar (03/01/2000 a 07/06/2004).

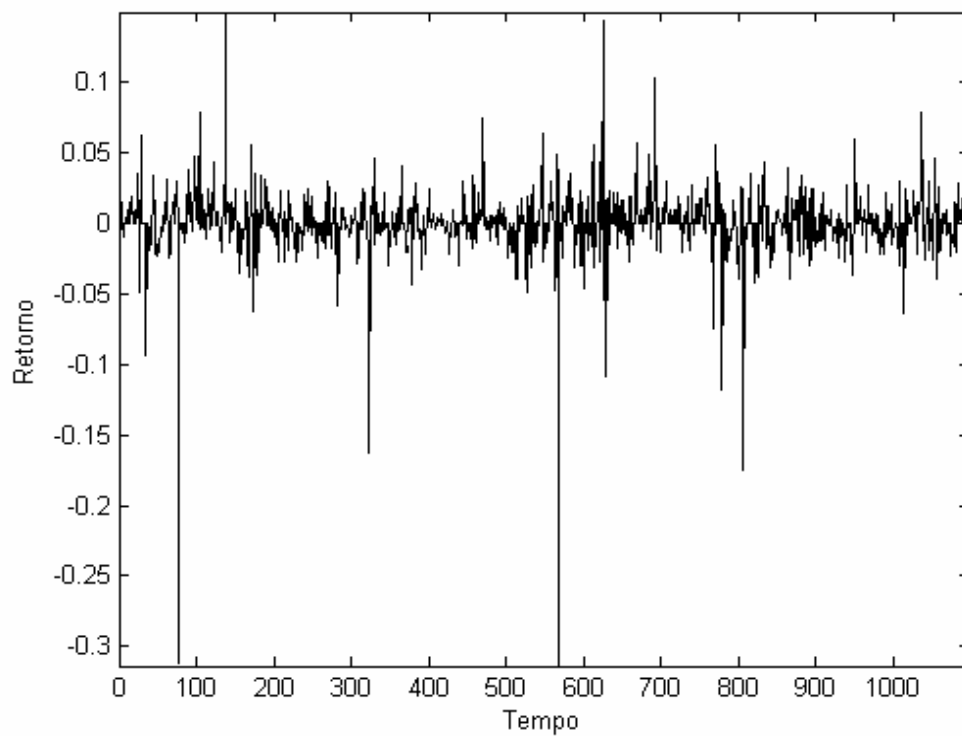


Figura A2: Retorno do contrato futuro do açúcar (03/01/2000 a 07/06/2004).

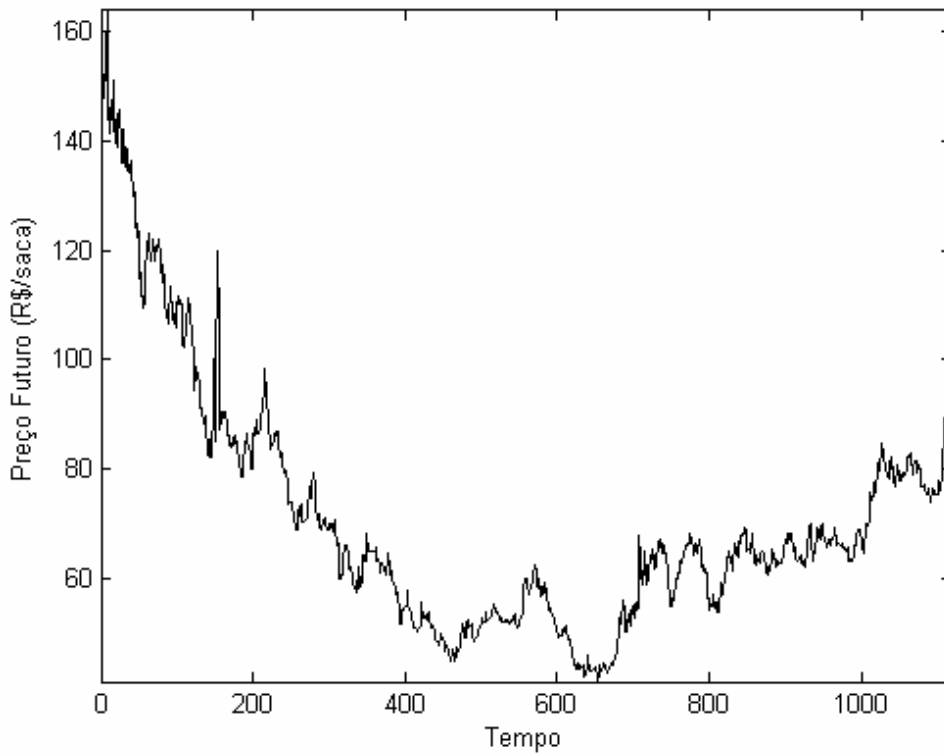


Figura A3: Preço futuro do café arábico (08/12/1999 a 07/06/2004).

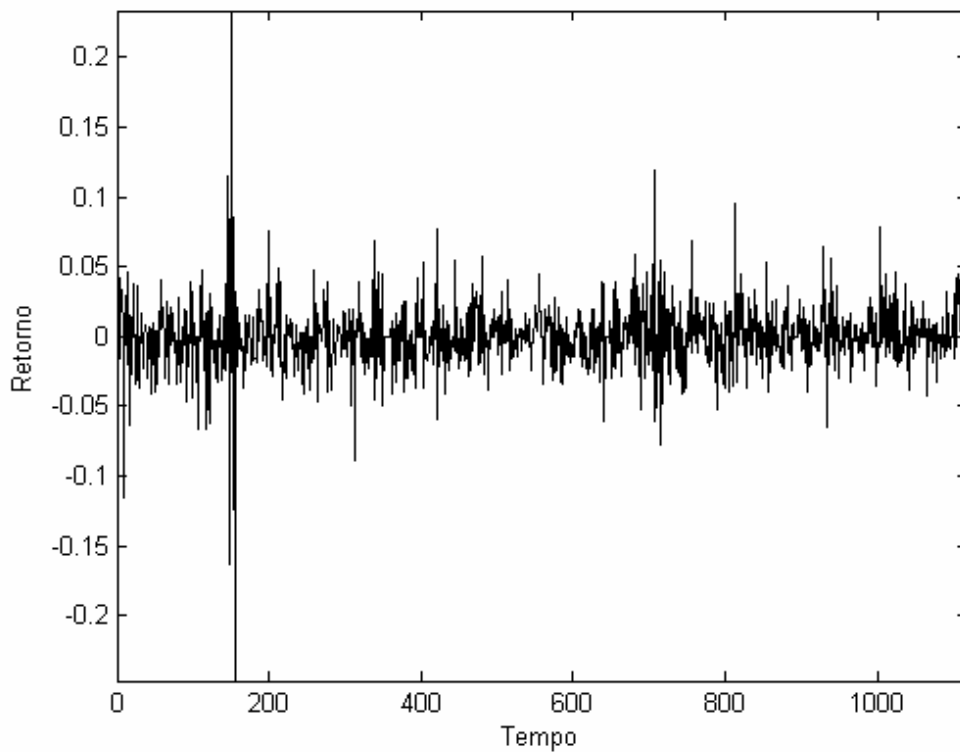


Figura A4: Retorno do contrato futuro do café arábico (08/12/1999 a 07/06/2004).

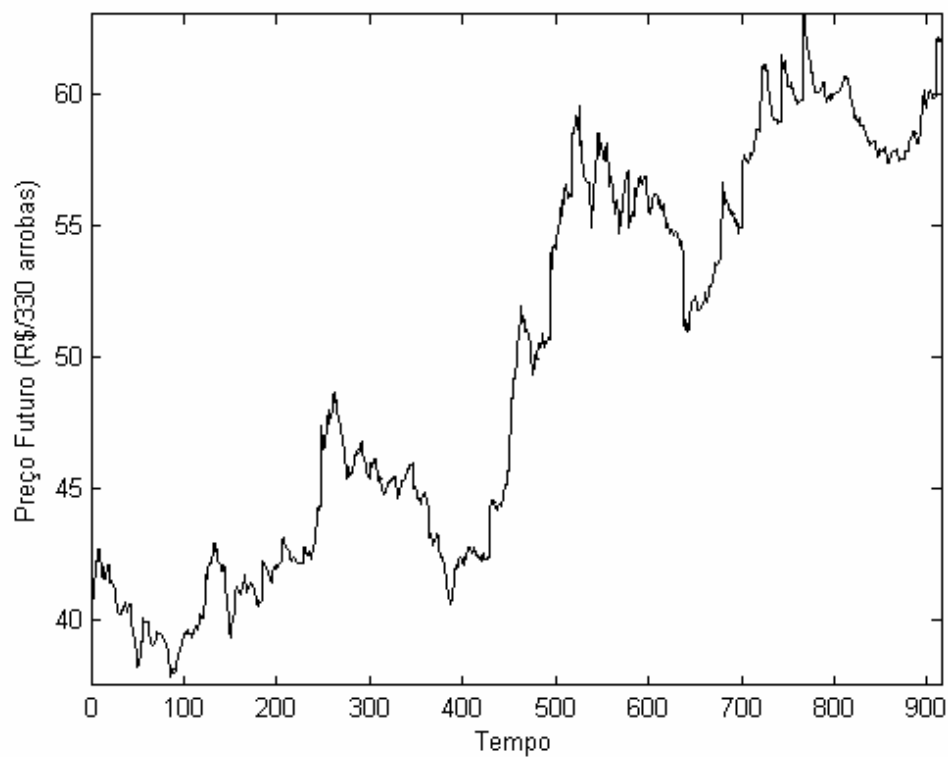


Figura A5: Preço futuro do boi gordo (29/09/2000 a 07/06/2004).

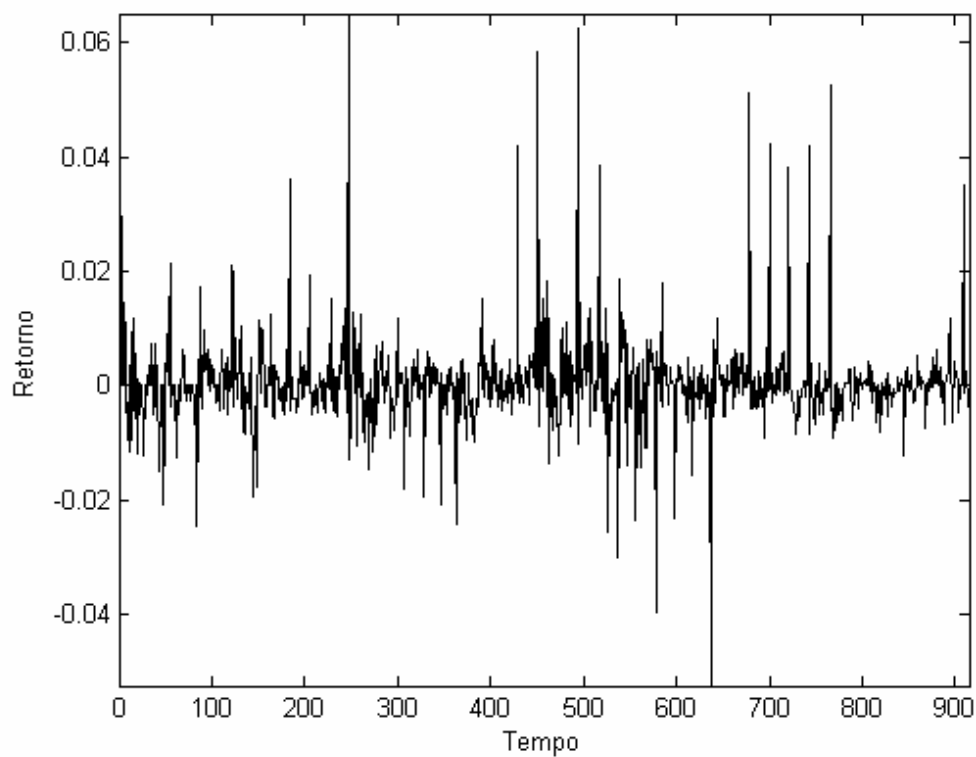


Figura A6: Retorno do contrato futuro do boi gordo (29/09/2000 a 07/06/2004).

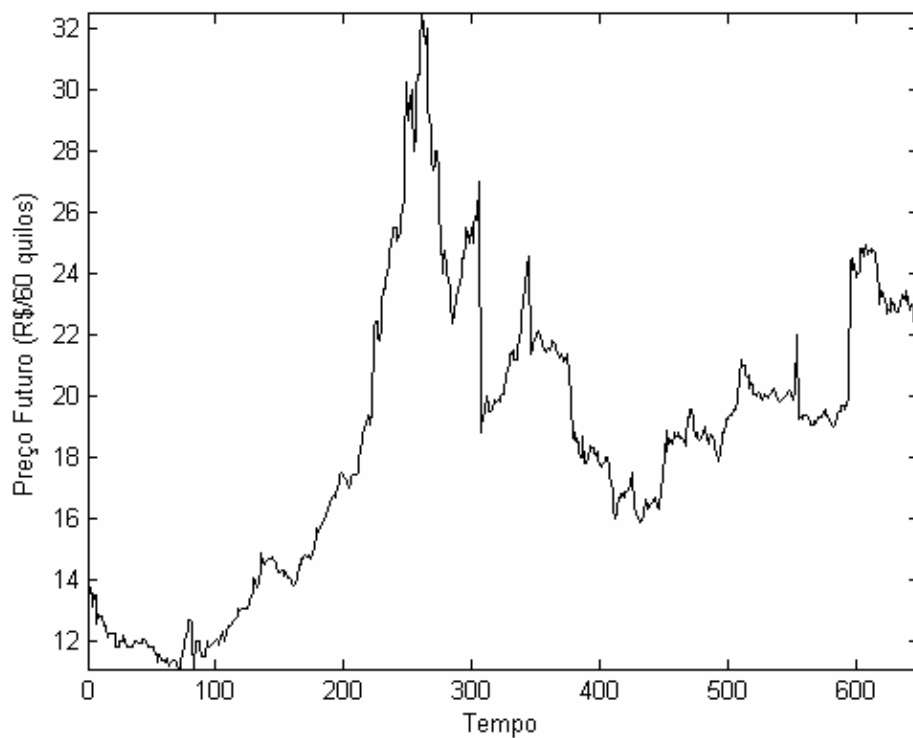


Figura A7: Preço futuro do milho (26/10/2001 a 07/06/2004).

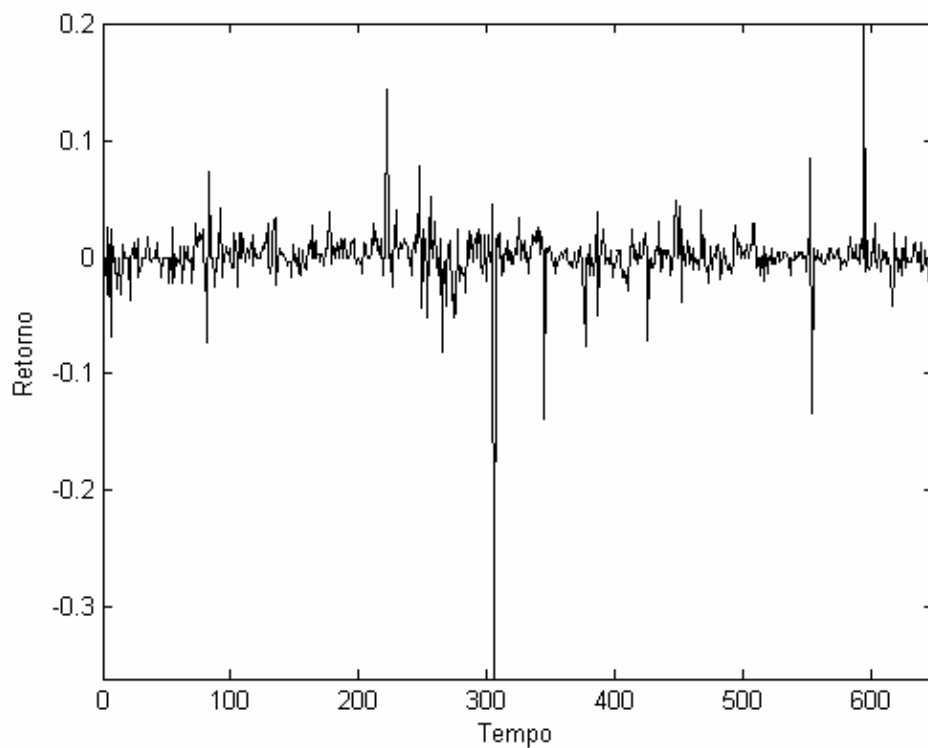


Figura A8: Retorno do contrato futuro do milho (26/10/2001 a 07/06/2004).

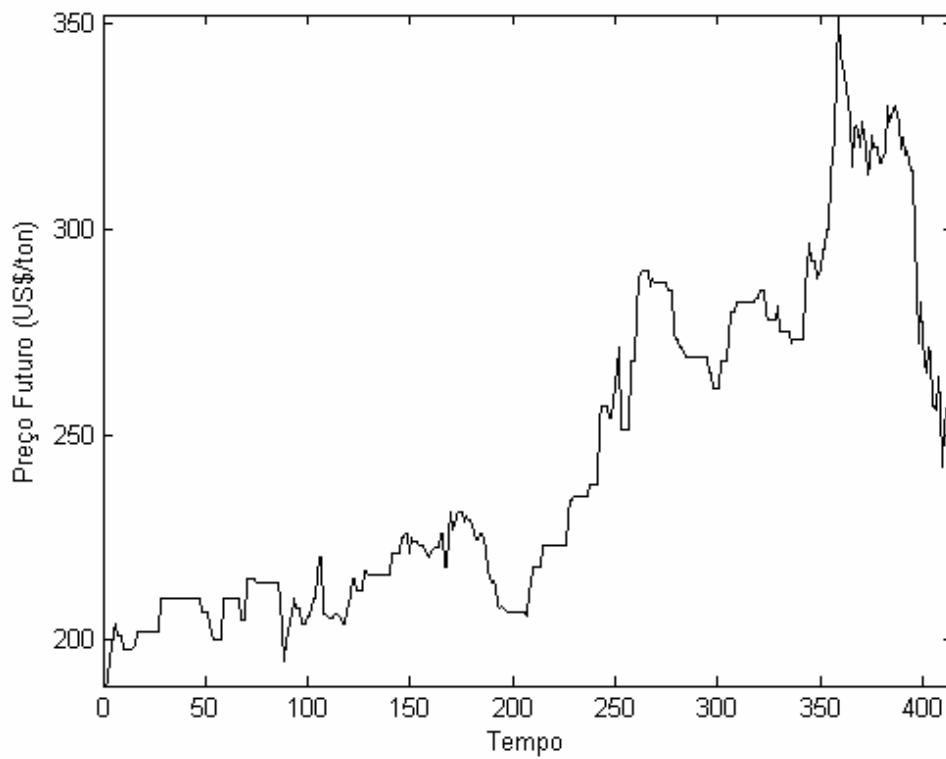


Figura A9: Preço futuro da soja (11/10/2002 a 07/06/2004).

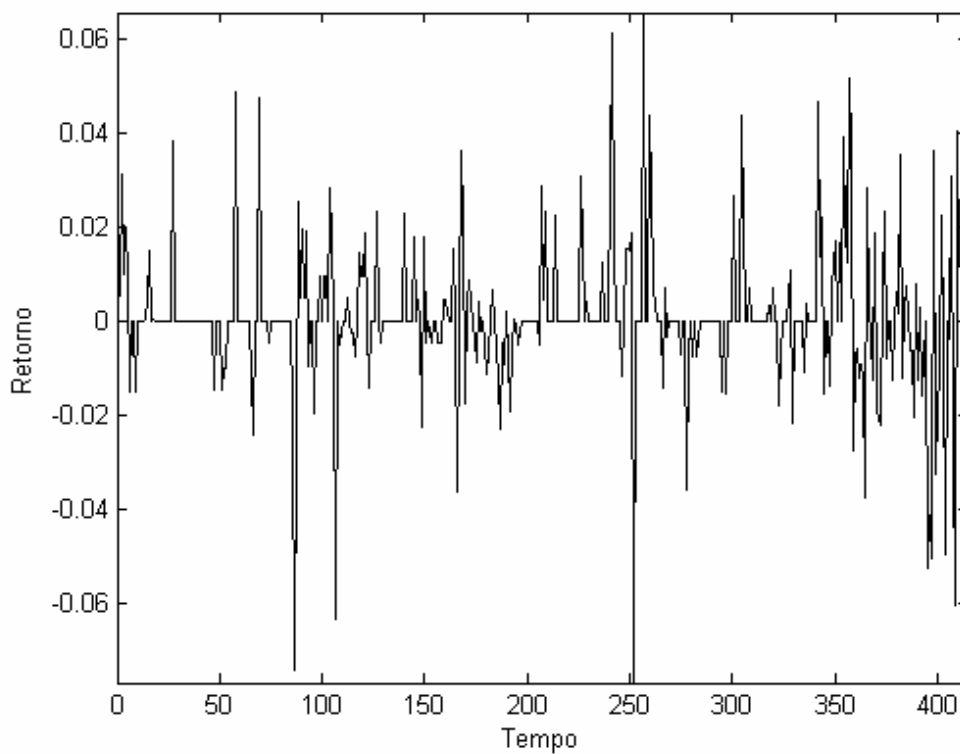


Figura A10: Retorno do contrato futuro da soja (11/10/2002 a 07/06/2004).