

FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE FRONTEIRA E TOMADA DE DECISÃO NA AGROPECUÁRIA

ADRIANO PROVEZANO GOMES
ANTONIO JOSÉ MEDINA DOS SANTOS BAPTISTA

Resumo: Este estudo teve o objetivo de estimar e analisar as funções de produção média e de fronteira, no sentido de evidenciar alguns erros que se incorre ao tomar decisões baseando-se apenas na análise de função de produção média estimada. Tendo em vista que a análise da função de produção é um importante instrumento de análise do setor agrícola e sua estimação e interpretação, de forma correta, facilita a tomada de decisão e melhora a alocação dos recursos, o presente artigo apresenta um procedimento analítico para auxiliar na estimação da função de produção e, conseqüentemente, na formulação de políticas coerentes com as necessidades do setor agropecuário. Utilizando a abordagem não-paramétrica de análise envoltória de dados para calcular os níveis de eficiência técnica e, posteriormente, ajustando-se funções de produção agregadas na forma funcional tipo *Cobb Douglas*, pôde-se perceber que existem diferenças significativas entre essas duas funções de produções (média e de fronteira), indicando o viés que se incorre ao tomar decisões baseadas somente nos parâmetros da função de produção média. Outra conclusão importante é o fato de que a técnica de análise envoltória de dados e os procedimentos adotados no estudo conseguem incorporar “*a priori*” algumas características estruturais desejáveis na tecnologia de produção, como, por exemplo, a concavidade da função.

Palavras chave: Função de produção de fronteira, ineficiência, tomada de decisão

1. Introdução

O estudo da função de produção é sem dúvida um importante instrumento de análise do setor agrícola. Sua estimação e interpretação de forma correta podem facilitar a tomada de decisão e melhorar, significativamente, a alocação dos escassos recursos do governo e do setor privado, buscando melhorar a produção agropecuária do estado.

Eficiência, produtividade, elasticidades de produção, entre outros aspectos da economia da produção, são freqüentemente abordados por tomadores de decisão, principalmente se são relacionados a setores de importância estratégica no desenvolvimento econômico e social. Embora exista pretensão de analisar a eficiência, as técnicas empregadas não são, geralmente, as mais adequadas, visto que se caracterizam pela análise da produtividade parcial ou por medidas subjetivas de eficiência, calculadas por meio de análise da função de produção média, estimada econometricamente.

Aumentar a produtividade na agropecuária é uma das mais importantes metas que os governos têm perseguidos ao longo do tempo. Por meio de aumentos na produtividade e, conseqüentemente da produção, os governos pretendem manter o homem no campo, aumentar a renda dos produtores rurais, melhorar o saldo da balança comercial, etc. Sendo a agropecuária um dos setores da economia que mais emprega e gera excedente exportável, é importante analisar e propor alternativas que possam melhorar a alocação dos recursos disponíveis. Aumentos nos níveis de eficiência técnica na produção agropecuária permitirão que o setor participe efetivamente no processo de desenvolvimento da economia.

Nesse sentido, o objetivo deste estudo é estimar e analisar as funções de produção média e de fronteira, utilizando dados do Censo Agropecuário referentes aos municípios do Estado de Minas Gerais. A idéia básica é evidenciar alguns erros que se incorre ao tomar

decisões baseando-se apenas na análise de função de produção média estimada. Desta forma, pretende-se oferecer subsídios aos tomadores de decisão no setor, para que possam estabelecer prioridades e melhorar a alocação de recursos no setor agropecuário.

2. Metodologia

A agregação das micro funções de produção e a subsequente estimação econométrica para gerar uma macro função de produção, sem levar em conta as diferenças na eficiência produtiva, gera resultados viesados de acordo com SATO (1975). Tais resultados, ao serem utilizados pelos agentes responsáveis pelo processo produtivo, podem comprometer a alocação eficiente dos recursos, os quais são, na maioria das vezes, escassos e caros.

Incorre-se em erros ao tentar comparar diferentes unidades de produção, baseando-se apenas na estimação da função de produção média. Isso acontece, pois existem diferenças na utilização dos fatores de produção, os quais geram níveis diferentes de eficiência técnica da produção. Assim, para estimar corretamente a função de produção agregada do estado, é preciso, antes de tudo, eliminar as ineficiências existentes em cada unidade produtiva.

Este estudo baseia-se nos princípios da teoria da produção, especificamente no conceito de função de produção, que indica a relação técnica entre a produção máxima obtida em determinada unidade de tempo e os fatores utilizados no processo de produção.

Geralmente, a estimação de funções de produção pode ser realizada por meio de abordagem paramétrica (econométrica) ou não-paramétrica (programação matemática). A maioria dos estudos que pretendem analisar a função de produção utiliza a função de produção média, estimada por técnicas econométricas. Entretanto, como citado anteriormente, este procedimento pode levar a resultados viesados pelo fato de não levar em conta as diferenças na eficiência produtiva. Neste sentido torna-se necessário estimar uma função de produção de fronteira que caracteriza a melhor tecnologia (*best practice*), a partir da qual podem-se fazer comparações entre as unidades de produção em termos de eficiência produtiva e estrutura da tecnologia de produção.

A Figura 1 ilustra a diferença entre uma função de produção média estimada por mínimos quadrados e uma função de produção de fronteira.

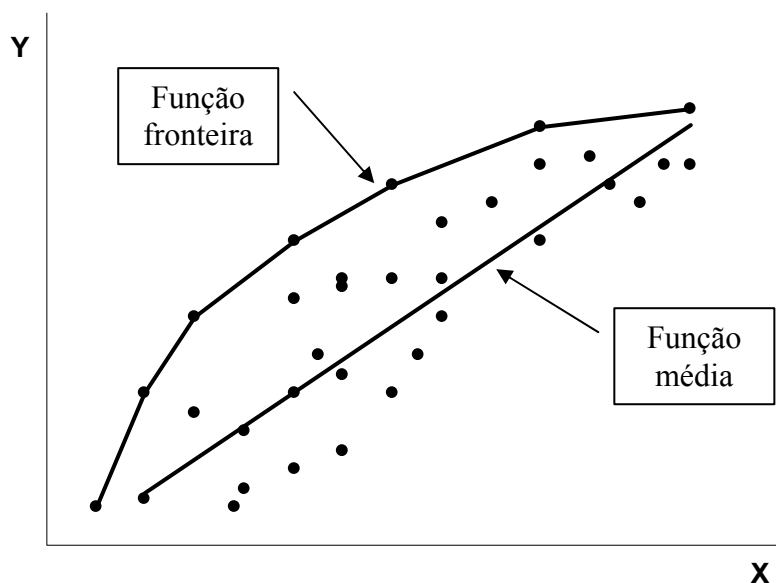


Figura 1: Representação da função de produção.

Percebe-se que na função média, ao minimizar o quadrado dos desvios, existem pontos acima e abaixo da função. Já na função fronteira, todos os pontos situam-se nela, ou abaixo. Os pontos que se encontram em cima da fronteira referem-se às unidades eficientes. De modo equivalente, os pontos abaixo da fronteira apresentam algum tipo de ineficiência (FÄRE et al., 1994).

A existência de ineficiência impossibilita a estimação correta da função, uma vez que contradiz todos os princípios microeconômicos de maximização de lucro. Nesse sentido, é necessário eliminar as ineficiências, no intuito de projetar as unidades ineficientes para a fronteira eficiente. Feito isso, pode-se estimar a função de produção, a qual expressará melhor as relações entre insumos e produto, já desprovida de ineficiência.

Neste estudo, para discriminar os municípios em termos do nível de eficiência utilizou-se a abordagem não-paramétrica conhecida como análise envoltória de dados (DEA). Optou-se por essa metodologia pelo fato dela incorporar a característica *multi-produto* e *multi-insumo* da agropecuária. Além disso, não é necessário especificar formas funcionais nem informações sobre preços.

2.1. Análise envoltória de dados

A análise envoltória de dados é uma técnica não-paramétrica que se baseia na programação matemática, especificamente na programação linear, para analisar a eficiência relativa de unidades produtoras. Na literatura relacionada com modelos DEA, uma unidade produtora é tratada como DMU (*decision making unit*), uma vez que desses modelos provém uma medida para avaliar a eficiência relativa de unidades tomadoras de decisão. Por unidade produtora entende-se qualquer sistema produtivo que transforme insumos em produtos.

Segundo CHARNES et al. (1994), para estimar e analisar a eficiência relativa das DMUs, a DEA utiliza a definição de ótimo de pareto, segundo o qual nenhum produto pode ter sua produção aumentada sem que sejam aumentados os seus insumos ou diminuída a produção de outro produto, ou, de forma alternativa, quando nenhum insumo pode ser diminuído sem ter que diminuir a produção de algum produto. A eficiência é analisada, relativamente, entre as unidades.

CHARNES et al. (1978) generalizaram o trabalho de FARRELL (1957), para incorporar a natureza *multi-produto* e *multi-insumo* da produção, propondo a técnica DEA para a análise das diferentes unidades, quanto à eficiência relativa.

A função distância é empregada para incorporar a natureza *multi-produto* e *multi-insumo* na análise de produtividade e eficiência, sem necessidade de especificar objetivos comportamentais dos tomadores de decisão (ex.: minimizar custos ou maximizar lucros).

A função distância pode ser definida com orientação insumo ou orientação produto. A função distância com orientação insumo caracteriza a tecnologia de produção pela minimização proporcional (contração) do vetor insumo, dado um vetor de produto. Já a função distância com orientação produto caracteriza a tecnologia de produção pela maximização proporcional do vetor produto, dado um vetor de insumo.

Segundo FÄRE et al. (1994), a forma conveniente de descrever a característica *multi-produto* da produção é pela tecnologia de produção, definida pelo conjunto S:

$$S = \{(x,y) : x \text{ pode produzir } y\}, \quad (1)$$

que é definido pelo conjunto de todos os vetores de insumos e produtos (x,y), tal que x possa produzir y, em que x é um vetor (kx1) não-negativo de insumos e y, um vetor (mx1) não-negativo de produtos.

O conjunto de tecnologias de produção pode, de forma equivalente, ser definido pelo conjunto de possibilidades de produção $P(x)$, que representa o conjunto de todos os vetores de produtos y , que pode ser produzido pelo vetor de insumos x , isto é,

$$P(x) = \{y: x \text{ pode produzir } y\}. \quad (2)$$

A função distância com orientação produto, de acordo com SHEPHARD (1970), pode ser definida pelo conjunto de produtos $P(x)$, como

$$d_0(x,y) = \min\{\phi : (y/\phi) \in P(x), \quad (3)$$

$$d_0(x,y) = (\max\{\phi: (\phi y) \in P(x)\})^{-1}, \quad (4)$$

em que ϕ , na expressão (3), é um fator mínimo, pelo qual o produto pode ser contraído e, ainda assim, pertencer ao conjunto de possibilidades de produção.

A função distância $d_0(x,y)$ poderá ter valores menores ou iguais a 1, se o vetor de produto y for um elemento do conjunto de possibilidade de produção $P(x)$; se for igual a 1, (x,y) estará sobre a fronteira tecnológica; nesse sentido, a produção será tecnicamente eficiente.

O modelo DEA com orientação-produto e pressuposição de retornos não-crescentes¹ à escala procura maximizar o aumento proporcional nos níveis de produto, mantendo fixa a quantidade de insumos. De acordo com CHARNES et al. (1994) e LINS e MEZA (2000), pode ser representado algebricamente por:

$$[d_0(y, x)]^{-1} = \text{MAX}_{\theta, \lambda, S^+, S^-} \quad \phi,$$

sujeito a :

$$\begin{aligned} \phi y_i - Y\lambda + S^+ &= 0, \\ -x_i + X\lambda + S^- &= 0, \\ N1'\lambda &\leq 1, \\ \lambda &\geq 0, \\ S^+ &\geq 0, \\ S^- &\geq 0, \end{aligned} \quad (5)$$

em que y_i é um vetor ($m \times 1$) de quantidades de produto da i -ésima DMU; x_i é um vetor ($k \times 1$) de quantidades de insumo da i -ésima DMU; Y é uma matriz ($n \times m$) de produtos das n DMUs; X é uma matriz ($n \times k$) de insumos das n DMUs; λ é um vetor ($n \times 1$) de pesos; $N1$ é um vetor ($n \times 1$) de números uns; S^+ é um vetor de folgas relativo aos produtos; S^- é um vetor de folgas relativos aos insumos; e ϕ é uma escalar que tem valores iguais ou maiores do que 1 e indica o escore de eficiência das DMUs, ou seja, um valor igual a 1 indica eficiência técnica da i -ésima DMU, em relação às demais, enquanto um valor maior do que 1 evidencia a presença de ineficiência técnica relativa. O problema apresentado em (5) é resolvido n vezes - uma vez para cada DMU, e, como resultado, apresenta os valores de ϕ e λ , sendo ϕ o escore de eficiência da DMU sob análise e λ fornece os *peers* (as DMUs eficientes que servem de referência ou *Benchmark* para a i -ésima DMU ineficiente).

¹ A pressuposição de retornos não-crescentes à escala serve para garantir a concavidade da função de produção.

2.2. Função de produção

Para analisar a produção, utilizou-se a função de produção tipo *Cobb-Douglas*, definida da seguinte forma:

$$Y = AX_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} \quad (6)$$

em que Y é a variável dependente relacionada à produção; A indica o nível tecnológico; X_i refere-se às variáveis independentes, representando os fatores de produção terra, trabalho e capital; e os β_i são os parâmetros a serem estimados.

Aplicando-se logaritmo em ambos lados da equação, define-se a forma funcional da função de produção média, descrita pelo seguinte modelo de regressão:

$$\text{Log}Y_i = \text{Log}A + \beta_1 \text{Log}X_{1i} + \beta_2 \text{Log}X_{2i} + \beta_3 \text{Log}X_{3i} + u_i \quad (7)$$

em que os β_s referem-se aos parâmetros a serem estimados, medindo a elasticidade que fornece a participação relativa de cada variável na produção de cada município; e u_i representa o termo de erro aleatório, que se pressupõe ter média 0 e variância constante. As demais variáveis foram anteriormente definidas. Ao expressar a função desta forma, os coeficientes β_i passam a ser as elasticidades de produção de cada fator.

Nessa função de produção, estimada com os dados originais, existem ineficiências relativas entre os municípios da amostra. Com isso, após calcular o escore de eficiência para cada município, os valores projetados das variáveis foram utilizados para estimar uma nova função de produção agregada, já desconsideradas as ineficiências na alocação de recursos no processo produtivo. Essa nova função, denominada de função de produção de fronteira, foi estimada de forma semelhante à função média, diferindo apenas nas variáveis utilizadas isto é,

$$\text{Log}Y_i^P = \text{Log}A + \beta_1 \text{Log}X_{1i}^P + \beta_2 \text{Log}X_{2i}^P + \beta_3 \text{Log}X_{3i}^P + u_i \quad (8)$$

Sendo:

$$Y_i^P = \phi Y_i + S_i^+$$

$$X_{1i}^P = X_{1i} - S_{1i}^-$$

$$X_{2i}^P = X_{2i} - S_{2i}^-$$

$$X_{3i}^P = X_{3i} - S_{3i}^-$$

em que ϕ_i é o escore de eficiência estimado por meio do modelo de envoltória apresentado em (5) para o i -ésimo município e S_{ji} refere-se à folga na j -ésima variável estimada para cada município.

2.3. Dados utilizados

Para o estudo da função de produção de fronteira foram utilizados dados coletados no Censo Agropecuário 1995/96, referentes aos municípios do Estado de Minas Gerais. Foram coletados dados relacionados a 754 municípios. Para analisar a produção foram utilizadas três variáveis relacionadas aos insumos e uma variável relacionada ao produto. São elas:

- Terra (X_1): área explorada expressa em hectares. O conceito de área explorada refere-se à soma de áreas com lavouras permanentes e temporárias, pastagens plantadas, matas plantadas, áreas com pastagens naturais e matas naturais.
- Trabalho (X_2): pessoal ocupado nas atividades agropecuárias, expresso em número de trabalhadores.
- Capital (X_3): despesas realizadas no processo produtivo, medidas em Reais de 1996.
- Produção (Y): soma do valor da produção vegetal e animal, expressas em Reais de 1996.

3. Resultados e discussão

Inicialmente, utilizou-se a análise envoltória de dados, pressupondo-se retornos não-crescentes à escala, a fim de se obter a medida de eficiência técnica para cada um dos 754 municípios da amostra.

Sob a pressuposição de retornos não-crescentes à escala, verifica-se que, da amostra total de 754 municípios, grande parte destes aparece como ineficientes. O baixo nível médio de eficiência da amostra está relacionado à forma estrutural do modelo. Pode-se demonstrar que à medida que se aumenta o número de variáveis no modelo, aumenta-se também o valor das medidas de eficiência. Isso acontece, pois com um número maior de variáveis, aumenta a probabilidade de um município se encontrar próximo a um dos eixos. Como se optou pela utilização de apenas três variáveis relacionadas aos insumos, era de se esperar esse baixo índice de eficiência que em média foi de 48%.

Pode-se verificar, pela Figura 2, na qual está apresentada a distribuição de frequência da eficiência, que a maior parte dos municípios encontra-se entre os níveis de eficiência de 36% a 56% e apenas 17 municípios apresentaram níveis máximos de eficiência (100%).

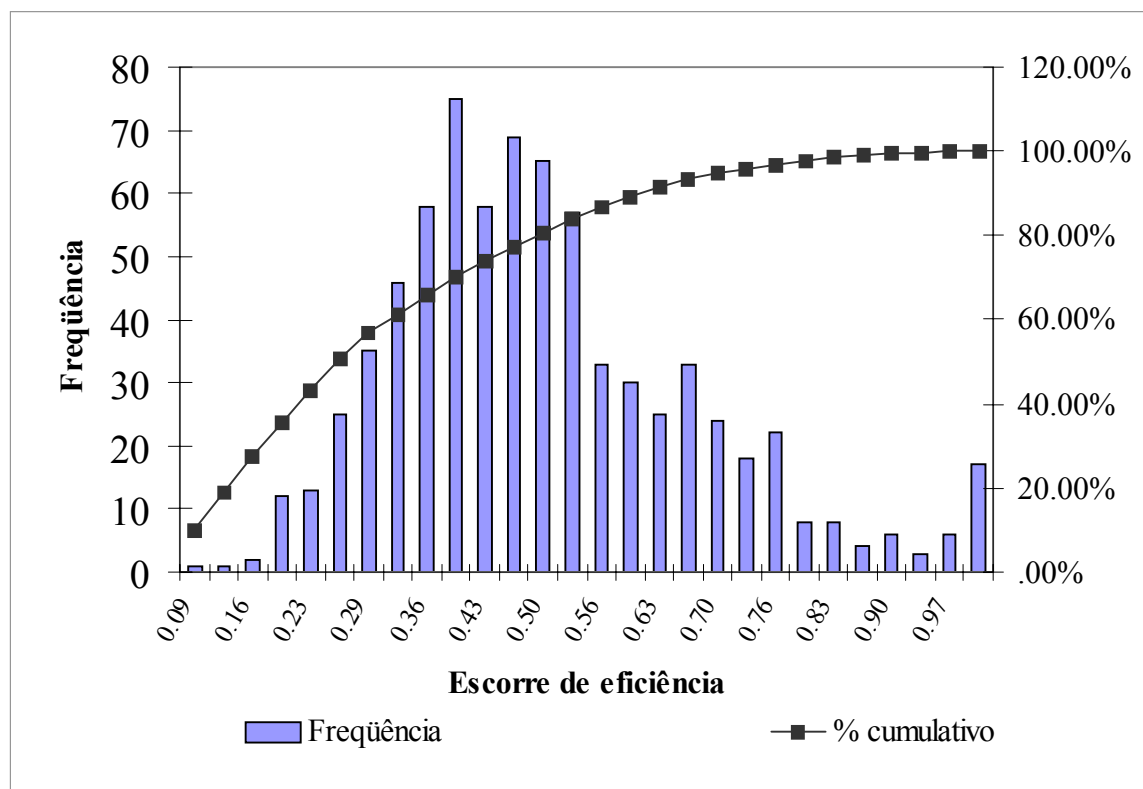


Figura 2: Histograma de frequência da eficiência dos municípios do estado de Minas Gerais
Fonte: Dados da Pesquisa.

Na Tabela 1 encontram-se listados os coeficientes de correlação entre eficiência e as demais variáveis. Em termos decrescentes, percebe-se elevada correlação entre eficiência e o valor da produção (0,68), seguida por capital (0,58), trabalho (0,26) e terra (0,23), indicando a relativa importância do capital no processo produtivo. Estas relações podem ser melhor visualizadas na Figura 3 que se segue.

Tabela 1: Coeficientes de correlação entre a eficiência e as variáveis utilizadas no estudo

	Valor da produção	Terra	Trabalho	Capital
Eficiência	0,68	0,23	0,26	0,58

Fonte: Dados da pesquisa.

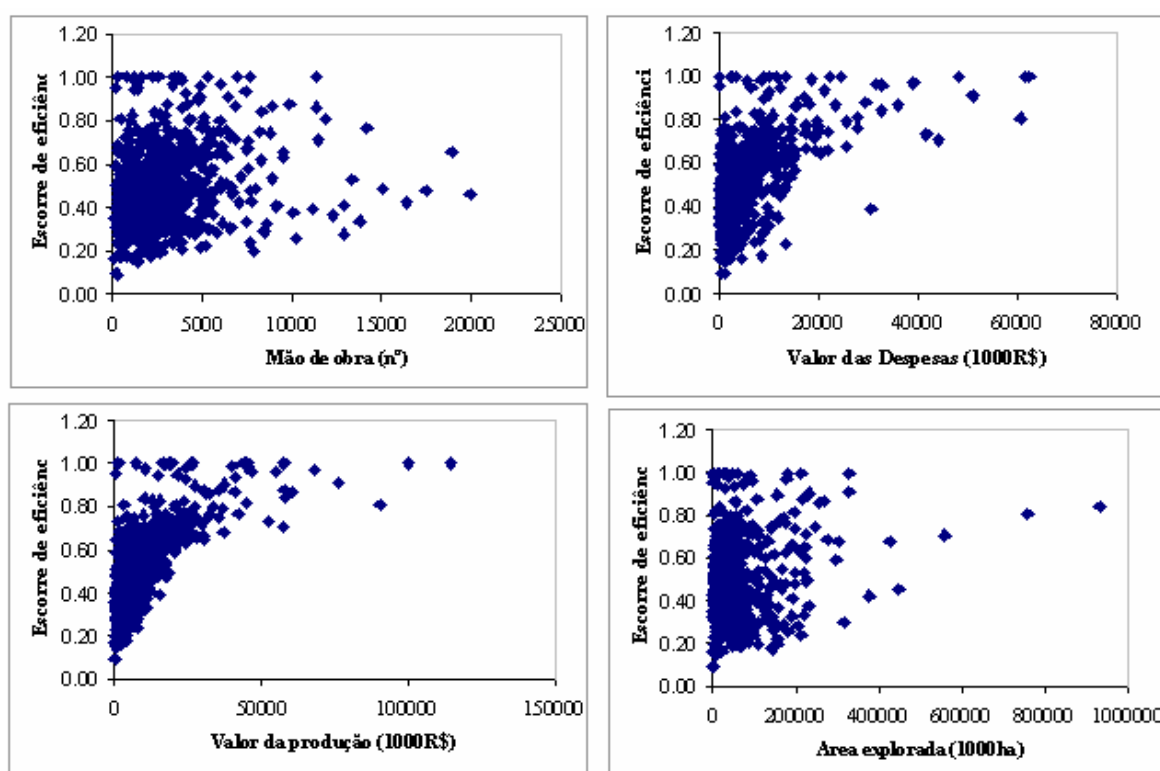


Figura 3: Relação entre eficiência e as variáveis utilizadas no estudo

Fonte: Dados da pesquisa.

No intuito de caracterizar a produção, foram estimadas funções de produção do tipo *Cobb-Douglas*. A forma funcional utilizada permite identificar, diretamente, a elasticidade de produção de um fator, a qual também indica a importância daquele fator no processo produtivo. A função estimada utilizando-se os dados originais foi denominada “função média”, cujos resultados encontram-se na segunda coluna da Tabela 2.

Conhecendo-se a medida de eficiência e as folgas dos insumos para cada município, pôde-se projetar os ineficientes na fronteira eficiente regional, determinada por aqueles considerados eficientes. Desta forma, elimina-se dos dados originais os excessos de uso dos fatores (ineficiência), obtendo-se novos valores para as variáveis, desprovidos de ineficiência.

Com esses novos valores estimou-se a “função de produção de fronteira”, cujos resultados também se encontram na Tabela 2.

As duas funções estimadas possuem elevado grau de ajustamento, com todos os parâmetros significativos a 1%. Ambas têm no capital seu fator mais importante, seguido pelo trabalho e, por fim, terra. Esses dados confirmam a importância relativa do capital no processo produtivo.

Tabela 2: Coeficientes estimados das elasticidades de produção e R^2 corrigido para as funções de produção *Cobb-Douglas*

Coeficientes	Modelo estimado		Variação
	Função média	Função fronteira	
Intercepto	-4,862153	-1,171439	-
β_1 (terra)	0,076774	0,114245	49%
β_2 (trabalho)	0,224729	0,265893	18%
β_3 (capital)	0,735700	0,502069	-32%
$\sum \beta_i$	1,037203	0,882207	-
R^2 corrigido	92%	99%	-

Fonte: Dados da Pesquisa.

Analisando os resultados das duas funções, pode-se notar que existem diferenças significativas nos parâmetros da função média e da função fronteira. Embora o capital, o trabalho e a terra tenham mantido as suas importâncias relativas no processo produtivo, nota-se que existem grandes diferenças na magnitude dos coeficientes entre as duas funções. De certa forma, essas diferenças indicam o tamanho do erro que se pode incorrer na formulação de políticas para o setor. Também, pela análise das diferenças entre os parâmetros das duas funções de produção, tem-se uma idéia do impacto da ineficiência na produção.

Em relação à elasticidade de escala, nota-se que o procedimento utilizado para estimar a função de fronteira possui uma característica importante, que é o fato de impor restrições quanto à homogeneidade da função de produção. Em outras palavras, ao utilizar o modelo de envoltória com pressuposição de retornos não-crescentes, impõe-se a concavidade da função de produção de fronteira. Desta forma, além de facilitar a correção da ineficiência produtiva, impõe restrições na estrutura da tecnologia de produção. Enquanto a soma dos valores dos parâmetros da função média é igual a 1,03, para a função fronteira esse valor é de 0,88. No intuito de comprovar a natureza dos rendimentos de escala da função fronteira estimada, a Tabela 3 apresenta os resultados da aplicação de teste de Wald sobre os coeficientes.

Tabela 3: Resultados dos testes de Wald aplicados sobre os coeficientes estimados da função fronteira

Hipótese testada	Valor do teste*	Probabilidade
$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$	988,2992	0,0000

$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0,88$	0,3467	0,5561
--------------------------------------	--------	--------

Fonte: Dados da pesquisa.

* Nas duas hipóteses testadas existia uma única restrição linear. Assim, os valores dos testes F e qui-quadrado são iguais.

De fato, rejeita-se a hipótese de retornos constantes à escala. Quando a hipótese testada é de que $\sum \beta_i = 0,88$, ou seja, retornos decrescentes, não se pode rejeitá-la.

É importante que os agentes envolvidos com o setor produtivo agrícola tenham consciência da existência de ineficiências. Em muitos casos, a redução dessas ineficiências poderia melhorar a alocação dos recursos em todo o setor, ou seja, os insumos utilizados em excesso em alguns lugares podem ser realocados, aumentando, com isso, o volume total da produção e, conseqüentemente, o bem-estar social.

As funções de produção estimadas a partir dos dados originais (função de produção média) contêm parcela significativa de ineficiência produtiva, invalidando a análise. Para saber o real comportamento da produção agrícola, na ausência de ineficiências, é necessário estimar funções de produção de fronteira, considerando-se os dados desprovidos de ineficiência.

4. Conclusões

Neste estudo, objetivou-se estimar e analisar as funções de produção média e de fronteira, no sentido de evidenciar as diferenças entre elas para auxiliar no processo de tomada de decisão na agropecuária. Utilizando-se dados do Censo Agropecuário, referentes aos municípios do Estado de Minas Gerais, aplicou-se a abordagem não-paramétrica de análise envoltória de dados para calcular os níveis de eficiência técnica e, posteriormente, ajustaram-se funções de produção agregadas na forma funcional tipo *Cobb Douglas*.

Os resultados foram coerentes, uma vez que se pôde discriminar os municípios relativamente ineficientes, assim como foi possível identificar diferenças nas funções de produção média e de fronteira. Essas diferenças indicam o viés que se incorre ao tomar decisões baseadas somente nos parâmetros da função de produção média. Outra conclusão importante é o fato de que a técnica DEA e os procedimentos adotados no estudo conseguem incorporar “*a priori*”, algumas características estruturais desejáveis na tecnologia de produção, como por exemplo, a concavidade da função.

A análise da função de produção sem dúvida é um importante instrumento de análise do setor agrícola e sua estimação e interpretação, de forma correta, pode facilitar a tomada de decisão e melhorar significativamente a alocação dos escassos recursos, buscando melhorar a produção agropecuária do estado. Quanto maior a quantidade e a qualidade de informações disponíveis para os tomadores de decisão, mais coerentes serão as políticas adotadas no setor.

Nesse sentido, o presente artigo apresentou um procedimento analítico simples para auxiliar na formulação de políticas para o setor agropecuário. Ressalta-se que o objetivo deste trabalho não foi identificar a melhor forma funcional para as funções de produção. O que se pretendeu foi chamar a atenção da existência de ineficiências nos processos produtivos, o que contradiz os pressupostos teóricos da microeconomia, enviando a estimação dos parâmetros da função de produção. A função do tipo *Cobb-Douglas*, apesar de sua simplicidade, serviu bem aos propósitos aqui estabelecidos.

5. Referências Bibliográficas

- CHARNES, A., COOPER, W.W., RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, p. 429-444, 1978.
- CHARNES, A., COOPER, W.W., LEWIN, A.Y., SEIFORD, L.M. **Data envelopment analysis: theory, methodology, and application**. Dordrecht: Kluwer Academic, 1994. 513p.
- COELLI, T.J., RAO, P., BATTESE, G.E. **An introduction to efficiency and productivity analysis**. Dordrecht: Kluwer Academic, 1998. 275p.
- DEBREU, G. The coefficient of resource utilization. **Econometrica**, v. 19, p. 273-292, 1951.
- LINS, M.P.E., MEZA, L.A. **Análise envoltória de dados e perspectivas de integração no ambiente de apoio à tomada de decisão**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2000. 232p.
- FARE, R., GROSSKOPF, S., LOVELL, C.A.K. **Production frontiers**. Cambridge: Cambridge University, 1994. 295 p.
- KOOPMANS, T.C. Analysis of production as an efficient combination of activities. In: KOOPMANS, T.C. **Activity analysis of production and allocation**. New York: Wiley, 1951.
- SATO, K., **Production functions and aggregation**. Amsterdam. North-Holland publishing company. 1975. 313p
- SHEPHARD, R.W. **The theory of cost and production functions**. Princeton: Princeton University, 1970. 308p.